

# **ANALISIS PEUBAH RESPONS KATEGORIK DENGAN MODEL REGRESI ORDINAL**

**SKRIPSI**

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Yogyakarta  
untuk memenuhi sebagian persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana Sains



**Disusun Oleh  
Westy Ratih Pitasari  
NIM. 033114003**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA  
2009**

**PERSETUJUAN**

**SKRIPSI**

**ANALISIS PEUBAH RESPONS KATEGORIK  
DENGAN MODEL REGRESI ORDINAL**

Telah memenuhi syarat dan siap untuk diujikan

Disetujui pada tanggal:

16 September 2009

Dosen Pembimbing I

Dosen Pembimbing II

Endang Listyani, M. S.  
NIP. 195911151986012001

Kismiantini, M. Si.  
NIP. 197908162001122001

## **PERNYATAAN**

Yang bertanda tangan dibawah ini, saya :

Nama : Westy Ratih Pitasari  
NIM : 033114003  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : MIPA  
Judul Skripsi : Analisis Peubah Respons Kategorik Dengan Model Regresi Ordinal

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian studi diperguruan tinggi lain, kecuali pada bagian-bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Apabila ternyata terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya.

Yogyakarta, 09 Oktober 2009  
Yang menyatakan,

Westy Ratih Pitasari  
NIM. 033114003

## **PENGESAHAN**

### **SKRIPSI ANALISIS PEUBAH RESPONS KATEGORIK DENGAN MODEL REGRESI ORDINAL**

**Disusun oleh:  
Westy Ratih Pitasari  
NIM. 033114003**

**Telah dipertahankan di depan Dewan Penguji Skripsi Jurusan Pendidikan  
Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Univesitas Negeri Yogyakarta  
pada tanggal 09 Oktober 2009 dan dinyatakan telah memenuhi syarat guna  
memperoleh gelar Sarjana Sains.**

### **DEWAN PENGUJI**

No	Nama	Jabatan	Tanda tangan	Tanggal
1.	Endang Listyani, M.S. NIP. 195911151986012001	Ketua Penguji	.....	.....
2.	Kismiantini, M.Si. NIP. 197908162001122001	Sekretaris Penguji	.....	.....
3.	Elly Arliani, M. Si. NIP. 196708161992032001	Penguji Utama	.....	.....
4.	Retno Subekti, M.Sc. NIP. 198111162005012002	Penguji Pendamping	.....	.....

**Yogyakarta,    Oktober 2009  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Yogyakarta  
Dekan**

**Dr. Ariswan**

NIP. 195909141988031003

## **MOTTO**

*“Sebab aku ini mengetahui rancangan–rancangan apa yang ada mengenai kamu, yaitu rancangan damai sejahtera dan bukan rancangan kecelakaan, untuk memberikan kepadamu hari depan yang penuh harapan”.*

*(Yeremia 29: 11)*

*”Tuhan menetapkan langkah–langkah orang yang hidupnya berkenan kepada-Nya; apabila ia jatuh, tidaklah sampai tergeletak, sebab Tuhan menopang tangannya”.*

*(Mazmur 37: 23 - 24)*

*”Kebanggaan kita yang terbesar adalah bukan tidak pernah gagal tetapi bangkit kembali tiap kali kita jatuh”.*

*(Confusius)*

## PERSEMBAHAN

*Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan kasih dan karunianyaNya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini.*

Karyaku ini kupersembahkan untuk orang-orang yang kukasihi:

- *Kedua orang tuaku, atas cinta, doa, dukungan, pengorbanan dan kesempatannya sehingga aku bisa menuntut ilmu sampai saat ini.*
- *Eyang Kakung & Entiku (Alm), atas cinta, doa, dukungan, pengorbanan serta kasih sayang yang tulus yang telah diberikan kepadaku.*
- *Mas Agustinus Setiawan, atas kesediaanya untuk selalu berbagi denganku.*
- *Adik-adikku: Himawan, Kirana dan Adista, atas keceriaannya yang selalu menemaniku sampai saat ini.*
- *'Ibu' & 'Bapak' Hendi, atas dukungan dan segala bantuannya selama ini.*
- *Sahabatku, Listya Nur Anggraeni yang tidak pernah bosan untuk selalu memberiku kata 'semangat'.*
- *Teman-teman KSR PMI Unit UNY khususnya angkatan 2004: Budi, Endang, Nunung, Uffie, Retno, Ali, Yuyun atas persahabatannya selama*

*ini...*

- *Teman-teman Mat'03: Bina, Ikhsan, Isti, Fefi, Siti, Dewi, Mustamid, Mayang, Ian, Risti, Endang, Dian, Tatik, Lutfi, Iim, Widi, Budi, Hari, Fandi, Fuad, Winda, Dwi, Intan.*



# ANALISIS PEUBAH RESPONS KATEGORIK DENGAN MODEL REGRESI ORDINAL

Oleh :  
Westy Ratih Pitasaki  
NIM. 033114003

## ABSTRAK

Tujuan penulisan skripsi ini adalah menunjukkan cara mengestimasi parameter pada model regresi ordinal dengan *link function logit* serta menunjukkan cara mengaplikasikan model regresi ordinal.

Model regresi ordinal adalah suatu model regresi yang digunakan untuk menganalisis hubungan suatu variabel respons kategorik yang berskala ordinal dengan satu atau lebih variabel prediktor. Skala ordinal yaitu skala yang didasarkan pada *ranking*, diurutkan dari jenjang yang lebih tinggi sampai jenjang terendah atau sebaliknya. Model regresi ordinal merupakan bagian dari *Generalized Linear Model (GLM)* untuk data kategorik berskala ordinal. Dalam *GLM*, terdapat 5 fungsi penghubung (*link function*) yang dapat digunakan yaitu *complementary log-log*, *negative log-log*, *logit*, *probit*, dan *cauchit*.

Variabel respons pada model regresi ordinal mengikuti sebaran distribusi multinomial. Distribusi multinomial merupakan salah satu anggota dari keluarga eksponensial. Dari penjabaran fungsi keluarga eksponensial diperoleh *link function logit*

berbentuk  $\ln\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right)$ , dengan  $\pi$  adalah probabilitas sukses suatu peristiwa.

Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter pada model regresi ordinal adalah metode *maximum likelihood* yang akan menghasilkan persamaan nonlinear

dalam parameter koefisien regresi  $\beta_j$ . Pendekatan umum yang dapat digunakan untuk menghitung parameter koefisien regresi  $\beta_j$  adalah metode Newton Raphson. Metode Newton Raphson merupakan metode perhitungan yang iteratif sehingga akan lebih mudah jika dikerjakan dengan menggunakan bantuan software komputer.

Model regresi ordinal dapat diterapkan di berbagai bidang. Pada skripsi ini, model regresi ordinal akan diaplikasikan pada 2 bidang. Aplikasi yang pertama dalam bidang kependudukan yaitu untuk mencari faktor-faktor yang mempengaruhi tinggi rendahnya angka kematian bayi di suatu wilayah dan dalam waktu 1 tahun dengan variabel respons yang terdiri dari 5 kategori yaitu angka kematian bayi dengan kategori jumlah sangat rendah ( $Y = 0$ ), rendah ( $Y = 1$ ), sedang ( $Y = 2$ ), tinggi ( $Y = 3$ ) dan sangat tinggi ( $Y = 4$ ). Dari beberapa uji statistik yang dilakukan, dapat disimpulkan bahwa faktor yang mempengaruhi tinggi rendahnya angka kematian bayi di suatu wilayah adalah tingkat melek huruf perempuan dan angka kesuburan total. Sedangkan aplikasi model regresi ordinal yang kedua adalah mencari faktor-faktor yang mempengaruhi tinggi rendahnya rata-rata penghasilan dengan variabel respons yang terdiri dari 3 kategori yaitu rata-rata penghasilan rendah ( $Y = 0$ ), sedang ( $Y = 1$ ) dan tinggi ( $Y = 2$ ) yang diperoleh kesimpulan bahwa faktor yang mempengaruhi tinggi rendahnya rata-rata penghasilan adalah jenis kelamin dan tingkat pendidikan.

## **KATA PENGANTAR**

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan kasih dan karuniaNya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini.

Skripsi ini disusun untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains Program Studi Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta. Dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis banyak mendapat bantuan serta dukungan dari berbagai pihak yang sangat berarti bagi penulis. Untuk itu, pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Ariswan, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menyelesaikan studi.
2. Bapak Dr. Hartono, selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan kelancaran pelayanan dalam urusan akademik.
3. Ibu Atmini Dhoruri, M.Si. selaku Ketua Program Studi Matematika, yang telah memberikan kelancaran pelayanan dalam urusan akademik.
4. Ibu Endang Listyani, M.S. selaku Dosen Pembimbing I yang dengan sabar telah memberikan arahan dan bimbingan kepada

penulis.

5. Ibu Kismiantini, M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang dengan sabar telah memberikan arahan dan bimbingan kepada penulis.
6. Ibu Elly Arliani, M. Si selaku Dosen Penguji Utama yang telah memberikan kritik dan saran untuk perbaikan skripsi ini.
7. Ibu Retno Subekti, M. Sc selaku Dosen Penguji Pendamping yang telah memberikan kritik dan saran untuk perbaikan skripsi ini.
8. Seluruh dosen dan karyawan di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.
9. Semua pihak yang telah membantu dan memberikan dukungan sehingga dapat memperlancar proses penyusunan skripsi.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna akan tetapi penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca pada umumnya dan bagi seluruh mahasiswa jurusan pendidikan matematika FMIPA UNY pada khususnya.

Yogyakarta, 09 Oktober 2009  
Penulis,

Westy Ratih Pitasari

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	iii
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	iv
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	v
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	vi
<b>ABSTRAK</b> .....	vii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	viii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xiii
 <b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Pembatasan Masalah.....	3
C. Rumusan Masalah.....	4
D. Tujuan Penulisan.....	4
E. Manfaat Penulisan.....	4
 <b>BAB II DASAR TEORI</b>	
A. Teori Probabilitas.....	5
B. Variabel Random.....	6
C. Variansi dan Kovariansi.....	8
D. Matriks.....	9
E. Penggolongan Data.....	12

F. Variabel Kategorik.....	13
G. Keluarga Eksponensial.....	14
H. Metode <i>Maximum Likelihood</i> .....	19
I. Regresi Linear Klasik.....	20
J. Regresi Nonlinear.....	22
K. Model Probabilitas Linear.....	23
L. <i>Generalized Linear Model</i> .....	25

### BAB III PEMBAHASAN

A. Model	Regresi	28
Ordinal.....		
B. Model	<i>Logit</i>	32
Kumulatif.....		
1. Model <i>Proportional Odds</i> .....		33
2. Model <i>Non Proportional Odds</i> .....		35
C. Estimasi	Parameter	Model
Ordinal.....		Regresi 36
D. Inferensi		44
Statistik.....		
1. Uji Rasio <i>Likelihood</i> .....		44
2. Uji Wald.....		46
E. Uji	<i>Goodness of Fit</i>	46
.....		
1. Uji	<i>Chi-square</i>	47
<i>Pearson</i> .....		
.....		
2. <i>Pseudo-</i>		48
<i>R<sup>2</sup></i> .....		
.....		
F. Aplikasi	Model	Regresi 49
Ordinal.....		
1. Aplikasi		49
1 .....		
.....		
2. Aplikasi		65
2 .....		

.....

<b>BAB IV KESIMPULAN</b>	
A. Kesimpulan.....	75
.....	
B. Saran.....	78
.....	
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	80
<b>LAMPIRAN .....</b>	82

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1      Probabilitas Galat $\varepsilon_i$ .....	23
Tabel 2.2 <i>Link Function</i> pada Model Regresi Ordinal .....	27
Tabel 3.1      Data Angka Kematian Bayi dari 64 Negara .....	51
Tabel 3.2      Estimasi Parameter Data Angka Kematian Bayi.....	53
Tabel 3.3      Model Regresi Ordinal Data Angka Kematian Bayi .....	53
Tabel 3.4      Model <i>Fitting Information</i> Data Angka Kematian Bayi.....	54
Tabel 3.5      Nilai $ W_{hitung} $ dan <i>p-valuenya</i> .....	56
Tabel 3.6      Estimasi Parameter Data Angka Kematian Bayi Tanpa Variabel Prediktor PPNB .....	57
Tabel 3.7      Nilai $ W_{hitung} $ Model Tereduksi dan <i>p-valuenya</i> .....	58
Tabel 3.8 <i>Goodness-of-Fit</i> Data Angka Kematian Bayi .....	59
Tabel 3.9 <i>Pseudo R-Square</i> Data Angka Kematian Bayi .....	60
Tabel 3.10     Data Rata-rata Penghasilan Berdasarkan Jenis Kelamin dan Tingkat Pendidikan .....	66
Tabel 3.11     Faktor yang Mempengaruhi Rata-Rata Penghasilan .....	67
Tabel 3.12     Estimasi Parameter Data Rata-rata Penghasilan .....	68
Tabel 3.13     Model Regresi Ordinal Data Rata-rata Penghasilan .....	68
Tabel 3.14     Model <i>Fitting Information</i> Data Rata-rata Penghasilan .....	69
Tabel 3.15     Nilai $ W_{hitung} $ dan <i>p-valuenya</i> .....	70
Tabel 3.16 <i>Goodness of Fit</i> Data Rata-rata Penghasilan .....	72
Tabel 3.17 <i>Pseudo R-Square</i> Data Rata-rata Penghasilan .....	72

## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1      Output Analisis Data Angka Kematian Bayi dengan SPSS Versi 13.00 .....	82
Lampiran 2      Output Analisis Data Angka Kematian Bayi Tanpa Variabel Prediktor Rata-rata Pendapatan Nasional Bruto Perkapita                      dengan      SPSS      Versi      13.00 .....	83
Lampiran 3      Output Analisis Data Rata-rata Penghasilan dengan SPSS Versi 13.00 .....	84
Lampiran 4      Tabel Nilai $\chi^2$ .....	85
Lampiran 5      Tabel Harga Z .....	86